УДК 51-77:338(27)

А.В. Подгурская*

РАСЧЕТ ТЕКУЩЕГО И СТРАХОВОГО ЗАПАСОВ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ ЭКСТРАПОЛЯЦИИ ПРОДАЖ

Рассмотрен расчет заказа на основе данных экстраполяции продаж с применением метода наименьших квадратов, и оценка страхового запаса на основе распределения Стьюдента.

Ключевые слова: экстраполяция продаж, текущий запас, страховой запас.

Запасы играют важную роль в экономике, они являются необходимой материальной основой производственной и коммерческой деятельности предприятий и организаций, и способны оказать существенное влияние на их эффективность. Создание запасов всегда сопряжено с расходами, в случае накопления излишних запасов предприятие несет потери от замороженных финансовых средств, замедления оборачиваемости средств, кроме того растут расходы на хранение запасов, а также возрастают риски порчи и хищения.

С другой стороны, возникновение дефицита запасов, в случае занижения запасов материальных ресурсов, приводит к убыткам, связанным с неудовлетворенным спросом, потерянным отгрузкам и как следствие потерям прибыли. Поэтому, несмотря на то, что содержание запасов сопряжено с определенными затратами, предприниматели вынуждены их создавать, так как отсутствие запасов может привести к еще большей потери прибыли [1, 2]. В связи с этим управление запасами является одной из основных задач современной логистики и является важным фактором повышения эффективности функционирования предприятия. Рациональное управление запасами позволяет обеспечить бесперебойность производственного и торгового процесса при минимальных расходах на содержание запасов.

Задачи управления запасами достаточно широки вследствие большого разнообразия практических ситуаций. Но в общем случае управление запасами состоит в определении соотношения между двумя основными факторами – пополнением и расходами запасов.

Основной целью научного управления запасами является определение оптимальных размеров запасов и графика поставок, их обеспечивающего [3].

Известно, что материальные запасы – это находящаяся на различных стадиях производства (и обращения) продукция производственно-технического назначения, изделия народного потребления и другие товары, ожидающие вступления в процесс внутреннего или производственного потребления. По срокам формирования и использования запасов, запасы подразделяют на текущие и страховые.

* Подгурская Анастасия Владимировна – магистрант, кафедра информатики и кибернетики, Байкальский государственный университет экономики и права, г. Иркутск, an.podgurskaya@mail.ru

Рассмотрим возможный подход к управлению запасами в филиале дистрибьюторской компании, основанный на определении оптимальных размеров текущего и страхового запасов, рассчитанных с применением методов прогнозирования. При разработке алгоритма определения оптимальных запасов учитывалось следующее допущение: так как рассматривался закуп на склад филиала со склада головного предприятия, то время поставки постоянно и известно, момент формирования заказа также постоянен (еженедельно), так как заказывать отдельно дефектурные позиции экономически не целесообразно.

Процессом прогнозирования называется специальное научное исследование конкретных перспектив развития какого-либо процесса. Наиболее часто для прогнозирования используется метод экстраполяции. В общем случае модель прогноза включает три составляющие и записывается в виде:

$$y_t = \bar{y}_t + v_t + \varepsilon_t\,, \qquad (1)$$

где y_t – прогнозные значения временного ряда;

$\bar{y}_t$ – среднее значение прогноза (тренд);

v_t – составляющая прогноза, отражающая сезонные колебания;

ε_t – случайная величина отклонения прогноза.

В частных случаях количество составляющих модели меньше, например, y_t и ε_t.

$$y_t = \bar{y}_t + \varepsilon_t \qquad (2)$$

При фиксации значений текущих продаж в определенные интервалы времени, например, продажи за неделю, месяц и т.д., формируется динамический ряд, на основе которого может быть осуществлен прогноз продаж на следующий период.

В качестве расчета текущего запаса примем прогноз продаж на следующий период времени Т, для его расчета необходимо выбрать уравнение тренда, рассмотрим уравнение в виде линейной зависимости:

$$y_t = a_0 + a_1 t \qquad (3)$$

Расчет коэффициентов уравнения a_0 и a_1 производится по формулам:

$$a_o = \frac{\sum y_i \sum t_i^2 - \sum t_i \sum y_i t_i}{N \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2} \qquad (4)$$

$$a_1 = \frac{N \sum y_i t_i - \sum y_i \sum t_i}{N \sum t_i^2 - (\sum t_i)^2} \qquad (5)$$

Формулы (4) и (5) получены на основе метода наименьших квадратов. Таким образом, рассчитав коэффициенты уравнения (3) вычислим прогнозное значение $\bar{y}_t$, прогноз продаж на период Т.

Рассчитаем среднее квадратичное отклонение

$$\sigma_t = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{t=1}^{N}(y_t - \overline{y}_t)^2} \qquad (6)$$

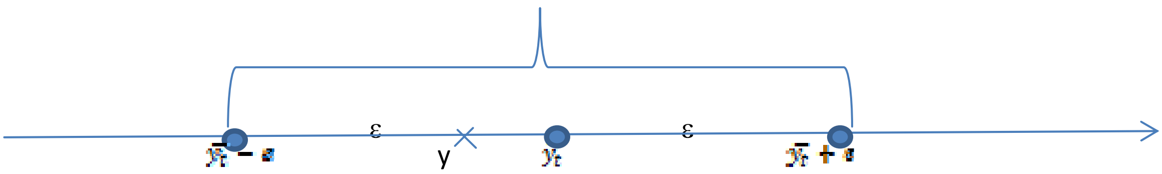
Рассчитаем величину страхового запаса с заданной доверительной вероятностью P. Для того чтобы оценить возможную величину ошибки, и вероятность того что рассчитанная оценка не выскочит за пределы этой ошибки (надежность). Зададимся, некоторой вероятностью β и найдем такое значение $\varepsilon > 0$, для которого

$$P(|\overline{y}_t - y| < \varepsilon) = \beta$$

Представим это выражение в виде

$$P(\overline{y}_t - \varepsilon < y < \overline{y}_t + \varepsilon) = \beta$$

Это значит, что с вероятностью β точное значение y находится в интервале $(\overline{y}_t - \varepsilon, \overline{y}_t + \varepsilon)$.



Доверительный интервал

Здесь y – неслучайная величина, а интервал $(\overline{y}_t - \varepsilon, \overline{y}_t + \varepsilon)$ накроет точку y, с вероятностью равной β (рис. 1). Интервал $(\overline{y}_t - \varepsilon, \overline{y}_t + \varepsilon)$ называют доверительным интервалом, а вероятность β – доверительной вероятностью (надежностью). На основании полученных зависимостей y_t и σ_t из (6) рассчитываем прогнозные оценки.

При небольших объемах выборки (n< 30) для построения доверительного интервала используют закон распределения случайной величины при малом объеме выборки – распределение Стьюдента. Для этого воспользуемся следующим результатом. Пусть y1, y2, ... , yn – выборка нормально распределенной случайной величины y, тогда, как доказано, случайная величина подчиняется распределению Стьюдента с n – 1 степенью свободы (7), плотность распределения которого имеет вид (8)

$$T = \frac{\overline{y} - m_y}{\sqrt{\frac{\sigma_n^2}{n}}} = \sqrt{n}\frac{\overline{y} - m_y}{\sigma_n} \qquad (7)$$

$$S_{n-1}(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\pi(n-1)}\,\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)^{-\frac{n}{2}}, \qquad (8)$$

где $\Gamma(y) = \int_0^\infty t^{y-1} e^{-t} dt$ – гамма-функция.

На основании найденных $\bar{y}$ и σ_n^2 можно, пользуясь распределением Стьюдента, найти доверительный интервал для m_y, соответствующий доверительной вероятности β. Действительно, так как $P(|\bar{y}-m_y|) < \varepsilon(\beta)$, то из определения функции плотности распределения Стьюдента, значение границ интервала для параметра T можно записать как решение интегрального уравнения

$$P\left(\frac{\sqrt{n}|\bar{y}-m_y|}{\sigma_n} < \frac{\sqrt{n}\varepsilon(\beta)}{\sigma_n}\right) = P\left(|T| < \frac{\sqrt{n}\varepsilon(\beta)}{\sigma_n}\right)$$
$$= \int_{-\frac{\sqrt{n}\varepsilon(\beta)}{\sigma_n}}^{\frac{\sqrt{n}\varepsilon(\beta)}{\sigma_n}} S_{n-1}(t)dt = 2\int_0^{\frac{\sqrt{n}\varepsilon(\beta)}{\sigma_n}} S_{n-1}(t)dt = 2\int_0^{t_\beta} S_{n-1}(t)dt = \beta \quad (9).$$

Решение этого интегрального уравнения обозначается t_β. Пользуясь таблицей значений интеграла

$$\Psi(y) = 2\int_0^{y} S_{n-1}(t)dt,$$

по значению β найдем величину $t_\beta = \frac{\sqrt{n}\varepsilon(\beta)}{\sigma_n}$, а следовательно, и сам доверительный интервал

$$\left(\bar{y} - t_\beta\frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}, \bar{y} + t_\beta\frac{\sigma_n}{\sqrt{n}}\right).$$

Для расчета страхового запаса, введем обозначение страхового запаса, y_c воспользуемся формулой

$$y_c = t_\beta\frac{\sigma_n}{\sqrt{n}},$$

где σ_n – среднее квадратичное отклонение, формула (6); t_β – коэффициент распределения Стьюдента, соответствующий доверительной вероятности β.

В таблице приведены наиболее часто встречающиеся в практических расчетах значения вероятности β и параметра для распределения t_β Стьюдента.

Таблица коэффициента t_β для расчета доверительного интервала с применением распределения Стьюдента (при n∈[4,15])

Число степеней свободы $f = n - 1$	тn	Доверительная вероятность			
		0.90	0.95	0.99	0.999
4	55	2.13184678134	2.7764451052	4.60409487142	8.61030158138
5	66	2.01504837267	2.57058183661	4.03214298356	6.86882663987
6	77	1.94318028039	2.44691184879	3.70742802132	5.95881617993
7	88	1.89457860506	2.36462425101	3.49948329735	5.40788252098
8	99	1.85954803752	2.30600413503	3.35538733133	5.04130543339

Число степеней свободы $f = n - 1$	тn	Доверительная вероятность			
		0.90	0.95	0.99	0.999
9	110	1.83311293265	2.26215716274	3.24983554402	4.78091258593
10	111	1.81246112281	2.22813885196	3.16927266718	4.5868938587
11	112	1.7958848187	2.20098516008	3.10580651322	4.43697933823
12	113	1.78228755565	2.17881282966	3.05453958834	4.31779128361
13	114	1.77093339599	2.16036865646	3.01227583821	4.22083172771
14	115	1.76131013577	2.14478668792	2.97684273411	4.14045411274
15	116	1.75305035569	2.13144954556	2.94671288334	4.0727651959

В данной статье рассмотрена экстраполяция продаж с целью определения величины текущего запаса и страхового запаса. Текущий запас определяется на основе линейной интерполяции по методу наименьших квадратов, а величина страхового запаса определяется на основе распределения Стьюдента, справедливого для ограниченного количества экспериментальных данных.

Автор благодарит за постановку проблемы и консультации д.ф.-м.н., проф. А. В. Боровского.

Список использованной литературы

1. Бауэрсокс Д. Дж., Клосс Д. Дж. Логистика. Интегрированная цепь поставок. Пер. с англ. – М. : ЗАО «Олимп-Бизнес». – 2001. – 640 с.

2. Рыжиков Ю. И. Теория очередей и управление запасами: – СПб.: Питер. – 2001. – 384 с.

3. Букан Дж. Научное управление запасами / Дж. Букан, Э. Кенигсберг. – М.: Наука. – 1967. – 424 с.

4. Лапчик М. П. Численные методы: учеб. пособие для студ. вузов / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер; Под ред. М. П. Лапчика. – 2-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия». – 2007. – 384 с.

5. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Учеб. пособие для втузов. – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк.. – 2000. – 480 с: ил.